

知识点 11——一元一次不等式(组)的应用

一、选择题

1. (2019·怀化) 为了落实精准扶贫政策,某单位针对某山区贫困村的实际情况,特向该村提供优质种羊若干只.在准备配发的过程中发现:公羊刚好每户 1 只;若每户发放母羊 5 只,则多出 17 只母羊,若每户发放母羊 7 只,则可有一户可分得母羊但不足 3 只.这批种羊共()只.

A.55 B.72 C.83 D.89

【答案】C.

【解析】设该村有 x 户,则这批种羊中母羊有 $(5x+17)$ 只,根据题意可得

$$\begin{cases} 5x+17-7(x-1)>0 \\ 5x+17-7(x-1)<3 \end{cases},$$

解得 $10.5<x<12$.

$\therefore x$ 为正整数,

$\therefore x=11$,

$\therefore$ 这批种羊共有 $11+5\times 11+17=83$ 只.

故选 C.

2. (2019·无锡) 某工厂为了要在规定期限内完成 2160 个零件的任务,于是安排 15 名工人每人每天加工 a 个零件(a 为整数),开工若干天后,其中 3 人外出培训,若剩下的工人每人每天多加工 2 个零件,则不能按期完成这次任务,由此可知 a 的值至少为()

A. 10

B. 9

C. 8

D. 7

【答案】B

【解析】设原计划 m 天完成,开工 n 天后有人外出,则 $15am=2160$, $am=144$, $15an+12(a+2)(m-n)<2160$, 化简可得: $an+4am+8m-8n<720$, 将 $am=144$ 代入得 $an+8m-8n<144$, $an+8m-8n<am$, $a(n-m)<8(n-m)$, 其中 $n-m<0$, $a>8$, 至少为 9, 故选 B.

三、解答题

1. (2019 浙江省温州市, 23, 10 分) (本题满分 10 分)

某旅行团 32 人在景区 A 游玩,他们由成人、少年和儿童组成.已知儿童 10 人,成人比少年多 12 人.

(1) 求该旅行团中成人与少年分别是多少人?

(2) 因时间充裕,该团准备让成人和少年(至少各 1 名)带领 10 名儿童去另一景区 B 游玩.景区 B 的门票价格为 100 元/张,成人全票,少年 8 折,儿童 6 折,一名成人可以免费携带一名儿童.①若由成人 8 人和少年 5 人带队,则所需门票的总费用是多少元?②若剩余经费只有 1200 元可用于购票,在不超额的前提下,最多可以安排成人和少年共多少人带队?求所有满足条件的方案,并指出哪种方案购票费用最少.

【解题过程】(1) 该旅行团中成人有 x 人,少年有 y 人,根据题意,得:

$$\begin{cases} x+y+10=32 \\ x=y+12 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=17 \\ y=5 \end{cases}.$$

答:该旅行团中成人有 17 人,少年有 5 人;

(2) ① $\because$ 成人 8 人可免费带 8 名儿童,

$\therefore$ 所需门票的总费用为: $100\times 8+100\times 0.8\times 5+100\times 0.6\times (10-8)=1320$ (元).

②设可以安排成人 a 人、少年 b 人带队,则 $1\leq a\leq 17$, $1\leq b\leq 5$.

设 $10 \leq a \leq 17$ 时, (i) 当 $a=10$ 时, $100 \times 10 + 80b \leq 1200$, $\therefore b \leq \frac{5}{2}$,

$\therefore b_{\text{最大值}}=2$, 此时 $a+b=12$, 费用为 1160 元;

(ii) 当 $a=11$ 时, $100 \times 11 + 80b \leq 1200$, $\therefore b \leq \frac{5}{4}$,

$\therefore b_{\text{最大值}}=1$, 此时 $a+b=12$, 费用为 1180 元;

(iii) 当 $a \geq 12$ 时, $100a \geq 1200$, 即成人门票至少需要 1200 元, 不符合题意,

舍去.

设 $1 \leq a < 10$ 时, (i) 当 $a=9$ 时, $100 \times 9 + 80b + 60 \leq 1200$, $\therefore b \leq 3$,

$\therefore b_{\text{最大值}}=3$, 此时 $a+b=12$, 费用为 1200 元;

(ii) 当 $a=8$ 时, $100 \times 8 + 80b + 60 \times 2 \leq 1200$, $\therefore b \leq \frac{7}{2}$,

$\therefore b_{\text{最大值}}=3$, 此时 $a+b=11 < 12$, 不符合题意, 舍去;

(iii) 同理, 当 $a < 8$ 时, $a+b < 12$, 不符合题意, 舍去.

综上所述, 最多可以安排成人和少年共 12 人带队, 有三个方案: 成人 10 人、少年 2 人; 成人 11 人、少年 1 人; 成人 9 人、少年 3 人. 其中当成人 10 人、少年 2 人时购票费用最少.

2. (2019 山东滨州, 22, 12 分) 有甲、乙两种客车, 2 辆甲种客车与 3 辆乙种客车的总载客量为 180 人, 1 辆甲种客车与 2 辆乙种客车的总载客量为 105 人.

(1) 请问 1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为多少人?

(2) 某学校组织 240 名师生集体外出活动, 拟租用甲、乙两种客车共 6 辆, 一次将全部师生送到指定地点. 若每辆甲种客车的租金为 400 元, 每辆乙种客车的租金为 280 元, 请给出最节省费用的租车方案, 并求出最低费用.

【解题过程】

解: (1) 设 1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为 a 人, b 人,

$$\begin{cases} 2a + 3b = 180, \\ a + 2b = 105 \end{cases}, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

解得 $\begin{cases} a = 45, \\ b = 30. \end{cases}$

答: 1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为 45 人和 30 人. $\dots\dots\dots 5$ 分

(2) 设租用甲种客车 x 辆, 租车费用为 y 元,

根据题意, 得 $y = 400x + 280(6 - x) = 120x + 1680$. $\dots\dots\dots 8$ 分

由 $45x + 30(6 - x) \geq 240$, 得 $x \geq 4$. $\dots\dots\dots 10$ 分

$\because 120 > 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而增大, $\therefore$ 当 x 为最小值 4 时, y 值最小.

即租用甲种客车 4 辆，乙种客车 2 辆，费用最低， 11 分

此时，最低费用 $y=120\times 4+1680=2160$ （元）. 12 分